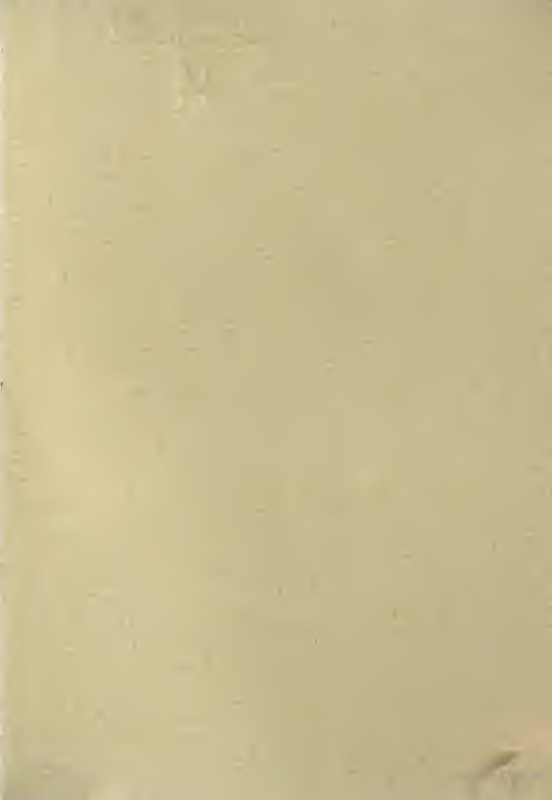


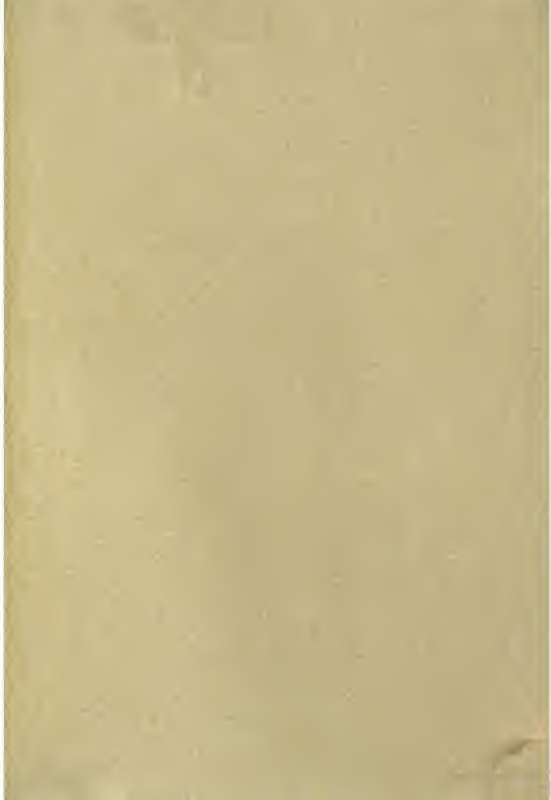
BIBL. NAZIONALE
CENTRALE-FIRENZE

2 1

10











SPIEGAZIONE PRATICA
DELLE
SCALE LOGARITMICHE CENTESIMALI
AD USO
DELLA CELERIMENSURA.

NB. La spiegazione si riferisce alla scala tal quale trovasi
da molti anni in commercio.



FIRENZE

DALLA TIPOGRAFIA CALASANZIANA

1862.

SPIEGAZIONE PRATICA DELLE SCALE LOGARITMICHE CENTESIMALI

AD USO

DELLA CELERIMENSURA.



Sono conosciute da tutti le scale logaritmiche di Gunter, sia le fisse da adoprarsi col compasso, sia le scorrevoli da tanto tempo impiegate a moltissimi usi in tutte le specialità delle scienze applicate, nel commercio nell'industria, ed in mille guise disposte per ogni particolare specialità, sulle quali scrissero moltissimi autori Inglesi Francesi e Tedeschi, e pubblicò nel 1859 un' elegante e lucidissima operetta il Chiariss. Sig. Ingegnere Quintino Sella; non è d' uopo dunque che ricordare i principii, omettendo le dimostrazioni, e descrivere la disposizione particolare adottata in celerimensura ed indicarne l' uso con alcuni esempi.

Le scale di cui si tratta sono del primo genere; sono di quelle cioè che si adoprano col compasso; sono per economia stampate coi procedimenti calcografici, ed incollate su cartone nell'atto stesso della stampa a fine di ovviare agl'inconvenienti dipendenti dal ritiramento della carta.

Si hanno nel quadro sei scale distinte parallelamente disposte indicate ordinalmente 1.^a 2.^a etc.

La Scala 1.^a si chiama *Scala delle parti eguali*.

La Scala 2.^a, considerata nella sua numerazione inferiore, si chiama *Scala dei numeri*.

La Scala 3.^a, considerata nella sua numerazione superiore, si chiama *Scala dei seni*, oppure *Scala delle X*, perchè serve in Celerimensura a trovare la distanza di un punto dal meridiano, ossia la coordinata X: la medesima scala, considerandovi la numerazione inferiore, si chiama *Scala dei Coseni*, oppure scala delle Y, perchè serve in Celerimensura a trovare la coordinata Y, cioè la distanza di un punto dal primo verticale.

La Scala 4.^a si chiama scala delle tangenti; si potrebbe anche chiamare scala delle Z, perchè serve specialmente a trovare la coordinata Z ossia l'altitudine.

La Scala 5.^a, del seno quadrato, si chiama *Scala del K*, ossia distanza orizzontale, perchè serve a trovare la distanza orizzontalmente compresa fra l'istrumento ed il punto osservato colla mira-stadia.

La Scala 6.^a, che è del seni versi, non è usata in Celerimensura: le scale 3.^a 4.^a 5.^a e 6.^a si chiamano trigonometriche.

La prima scala al basso del quadro è divisa in 200 parti uguali numerate con piccole cifre alla parte inferiore da sinistra a destra e di cento in cento parti, colle cifre gotiche **1.2.3** le quali sono comuni alla scala seconda.

Su questa prima scala si potrebbero eseguire a colpi di compasso, se in qualche caso tornasse utile, le somme e le sottrazioni aritmetiche.

Se, per esempio, si vuole aggiunger 49 ad 84, si prende col compasso l'intervallo *da zero a 49*, e si porta in avanti a partir dall'84, con che la punta del compasso va a cadere al 133, che è appunto la cercata somma.

Se si trattasse di trovare la differenza fra due numeri per esempio 97 e 142 si prenderebbe col compasso l'intervallo che corre sulla scala dal punto 97 al punto 142, e confrontata la

così ottenuta apertura colla scala a partir dallo zero, l'altra punta del compasso giungerebbe al 45 differenza cercata; vale a dire che dall'operazione risulta

$$(142-97)=45.$$

Ma se si avesse voluto ottenere la quantità rappresentata da $(97-142)$, allora invece di prender da 97 a 142 si sarebbe preso da 142 a 97 il che avrebbe mandato *indietro*, e non *avanti* la punta esploratrice del compasso, e ci avrebbe con ciò avvertiti che il risultamento 47 così ottenuto è negativo, e deve scri-
versi -47.

Da ciò si comprende l'importanza di tener conto del senso in cui si prendono gl'intervalli col compasso, cioè se da sinistra andando verso la destra, cioè in *avanti*, oppure nel senso opposto, cioè *indietro*, la qual cosa per l'uso pratico si riassume nella giusta interpretazione delle particelle *da*, *a* sottolineate più sopra, l'importanza del qual riguardo si farà viepiù evidente nell'uso delle altre scale.

La scala prima di parti eguali serve ancora, in combinazione colla seconda, per la estrazione delle radici di qualunque ordine, ossia per elevare un numero ad una potenza qualunque intera o frazionaria, il che però occorre rarissimamente in Celerimensura.

La scala 2.^a, che, considerata nella sua numerazione inferiore, si chiama scala dei numeri, è disposta in tutto come la scala prima, se non che le parti in cui è suddivisa non sono eguali, ma decrescenti secondo la legge logaritmica, per modo che a partire sempre dal principio della scala a sinistra, ove sta scritto il numero gotico 1, che chiamasi caratteristica, ed insieme il numero ordinario 10, e procedendo verso la destra, una lunghezza qualunque segnata sulla scala rappresenta la parte decimale del logaritmo del numero, che vi si trova contro-scritto. Si dirà, per chi non avesse conoscenza delle proprietà dei logaritmi, che

questa scala di parti diseguali, la quale si estende da 10 a 1000, gode della singolar proprietà di condurre al prodotto di due numeri, quando si opera sovr' essi come si è operato per la somma sulla scala prima; per es. sulla scala prima aggiungendo il 12 al 15 si giunge al 27, che ne è la somma, quando invece sulla scala seconda aggiungendo il 12 al 15 si giunge al 180, che è il prodotto che si otterrebbe moltiplicando il 12 per 15 colle solite regole dell' aritmetica.

Al 180?... no ma al 18: conviene qui avvertire, che, in questa sorta di scale, ogni numero controscritto vale indifferentemente il decuplo, il centuplo etc. oppure il decimo, il centesimo etc., sulla qual cosa chi conosce la teoria dei logaritmi si guida colla caratteristica, e per chi non la conosce, basta il buon senso, e la conoscenza che si ha della natura del risultato, che si cerca per non mai sbagliare del decuplo nel leggere il risultato dell' operazione.

Si sarebbe potuto egualmente effettuare la stessa moltiplicazione su questa scala partendo dal mezzo di essa, ove sta la caratteristica **2**, oppure dall' estremo a dritta ove si ha la caratteristica **3**, prendendo v. g. dal **2** al **120**: ma ciò, a che forse il lettore non pensa, egli è che si sarebbe potuto prendere a ritroso cioè dal **2** al **12** (il che in certi casi fa comodo), purchè, quando si prende *dall' avanti all' indietro*, si porti poi nel medesimo modo per avere il risultato, del che il lettore potrà convincersi operando.

Chi conosce la teoria dei logaritmi vedrà subito che ciò non è altro se non impiegare il *complemento* a vece del *logaritmo*, e corrisponde alle operazioni, che nel regolo scorrevole si fanno coll' infilare a rovescio la riga mobile.

Si operi ora su questa scala nel modo stesso con che si è operato sulla prima per fare una sottrazione, ed il risultamento condurrà al quoziente della proposta divisione: esempio:

Sia da dividersi $8\frac{1}{2}$ per 7; si prenda col compasso *dal* divisore 7 (si prende 70) al dividendo $8\frac{1}{2}$, e confrontando l'intervallo, trovato col principio della scala si troverà il quoziente 12.

Si può ancora confrontare, non col principio della scala, ma col punto di mezzo della medesima, ove sta scritta la cifra gotica, ossia caratteristica, **2**, pel qual caso si troverebbe 120 ma il buon senso basta a riconoscere subito che il vero quoziente è 12 e non 120.

Supponiamo ora, come lo si è fatto nel secondo esempio della sottrazione sulla scala prima, che, invece di prendere *da* 7 *ad* $8\frac{1}{2}$, si sia preso *da* $8\frac{1}{2}$ *a* 7, ciò vorrà dire che si è preso *indietro*, e che per confrontare ora colla scala e conoscere il risultato, si deve portare ugualmente indietro, la qual cosa non si potendo dal principio della scala a sinistra la si eseguirà dal mezzo od anche dall'estremo a destra dove stanno scritte le caratteristiche **2** e **3**, e si otterrà per quoziente 83,3 oppure 833, il qual quoziente è quello che corrisponde a 7 diviso per $8\frac{1}{2}$, e non a $8\frac{1}{2}$ diviso per 7, e come evidentemente il 7 diviso in $8\frac{1}{2}$ parti deve dare per risultato meno di un decimo di unità, così è chiaro che le cifre ottenute non significano ne 83,3, ne 833, ma bensì 0,0833.

È dunque dimostrata l'importanza della precedente spiegazione sul *prendere*, e *portare avanti*, o *indietro*, e si può ora generalizzando stabilire per regola;

1.° Che, portando come si è preso, si effettua la moltiplicazione, e portando al contrario di come si è preso, si effettua la divisione.

2.° Che per effettuare la divisione fra due numeri bisogna sempre prendere *dal* divisore *al* dividendo.

Ora che abbiamo imparato a fare la moltiplicazione, e la divisione, facil cosa ci riuscirà a fare la così detta regola del tre,

cioè a trovare il quarto termine di una proporzione, di cui son dati tre termini:

Es. Si chieda quanti metri di lavoro far potrà in 9 giorni un lavorante, che ne ha fatto $1\frac{1}{2}$ metri in 21 giorni: la proporzione sarà

$$21 : 1\frac{1}{2} :: 9 : x$$

Si prenda sulla scala col compasso l'intervallo compreso *dal 21 al $1\frac{1}{2}$* , e si porti nel medesimo senso a partire dal 9, la punta del compasso indicherà subito il risultato 6.

Passiamo ora alle altre scale che si chiamano trigonometriche, ossia delle funzioni circolari.

Le funzioni circolari essenziali per la *celerimensura* sono quattro cioè: il seno, il coseno, la tangente, la cotangente.

Le funzioni circolari appartengono agli angoli ossia agli *azimut* ed agli *apozenit*, che si ricavano dall'osservazione, e sulle scale rispettive, le lunghezze, sempre a partire dal numero gotico ossia dalla caratteristica, rappresentano i logaritmi della rispettiva funzione circolare del numero di gradi controscritto; ben inteso che per tutte queste scale si è presa una medesima lunghezza per unità logaritmica, per la qual cosa esse sono omogenee, e si possono combinare fra loro nelle operazioni, cioè a dire che un intervallo preso sull'una si può portare su un'altra scala secondo la natura del risultato da ottenersi.

Quindi è che, essendo dato un angolo in gradi e frazion decimale di grado, si può trovare sulle scale il punto corrispondente per una data funzione circolare, perciò moltiplicare o dividere, sia una funzione circolare per un'altra, sia un dato numero per esempio di metri per una funzione circolare.

Comincisi ad esaminare la scala terza, la quale rappresenta i logaritmi dei seni e dei coseni secondo la divisione centesimale del circolo (il quadrante in cento parti e la total circonferenza in quattrocento) sola accettabile in *celerimensura*.

Questa scala di parti disuguali, che decrescono anche più rapidamente che nella precedente, è divisa secondo gli esposti principj, e porta al di sopra le caratteristiche **0.9** dalle quali si deve sempre partire.

Si consideri la numerazione doppia superiore accennata in margine a sinistra colla lettera X, e con l'abbreviazione *l. sen.* che significa *logaritmo seno*, e si vedrà che questa numerazione comincia da $1.^{gr.}$ a sinistra, va fino $100.^{gr.}$ al luogo dove s'incontra la caratteristica **0** e torna indietro per la serie successiva dei numeri fino a $199.^{gr.}$

Questa scala darà dunque i seni di tutti gli angoli compresi in questo intervallo nel quale (vedasi sulla scala la figura dimostrativa posta alla sinistra del titolo) i seni sono positivi cioè affetti dal segno +.

Se si avesse un angolo di un maggior numero di gradi, per es. $230.^{gr.}$ oppure $355.^{gr.}$, si defalcherebbe $200.^{gr.}$, con che rientrebbe nella numerazione della scala; si prenderebbe allora il $30.^{gr.}$ oppure il 155 sulla scala, il che varrebbe lo stesso, soltanto questa circostanza servirebbe d'avviso che il risultato dovrebbe poi essere affetto dal segno —, il che del rimanente si vede nella suindicata figura dimostrativa dei segni de' seni e coseni.

Nella stessa scala la numerazione inferiore indicata nel margine a sinistra colle lettere Y, e *l. cos.* che significa *logaritmo coseno*, si osserva che principiando da $0.^{gr.}$ a destra sotto la caratteristica **0** progredendo verso la sinistra fino a $99.^{gr.}$ salta poi questa numerazione al $301.^{gr.}$, per seguire in senso opposto fino a $390.^{gr.}$ ed a $400.^{gr.}$, che è evidentemente lo stesso zero.

Lo stesso artificio applicato di sopra fa trovare gli angoli maggiori di $101.^{gr.}$ e minori di $299.^{gr.}$ che mancano sulla scala, solo rammentiamoci che ciò significa dovere il risultamento esser negativo.

Fingasi ora questa scala trasportata colla sua estremità di sinistra fino a coincidere colla estremità a destra della scala seconda, ed in questa scala seconda si consideri la numerazione superiore, di cui non avevamo ancor fatto parola, non che le apposte caratteristiche **7.8**, e si vedrà facilmente come questa numerazione serva a completare la scala terza per le parti di cui mancava ancora, supputando al bisogno cento o duecento gradi, cioè pei seni da $0,57^{\circ}01$ ad un grado e da $199,57^{\circ}00$ a $199,57^{\circ}99$; e pei coseni da $99,57^{\circ}00$ a $99,57^{\circ}99$ e da $300,57^{\circ}01$ a $301,57^{\circ}00$; il che basta per tutti i casi possibili di applicazione alla celerimensura.

Passiamo ora alla scala 4.^a segnata in margine a sinistra *l. tang.*, che significa *logaritmo tangente*, alla numerazione superiore, e *l. cot.*, che significa *logaritmo cotangente*, alla numerazione inferiore: sarà facile il vedere che con queste due numerazioni si hanno le tangenti di tutti gli angoli da 1.57° a 50.57° , e le cotangenti da 50.57° a 99.57° .

Serve a continuazione di questa scala, e nel medesimo modo detto avanti, la numerazione della scala seconda, togliendo di memoria per le cotangenti 100 gradi all'indicato dalla scala, con che si completa la scala del primo quadrante coll'avvertenza che, il log. cotangente, essendo sempre il complemento di quello della tangente e viceversa, si può sempre prendere l'uno per l'altro portando poi in senso inverso.

Occorrendo poi angoli compresi negli altri tre quadranti si troveranno ancora sulla scala con diminuirli di 100.57° , di 200.57° , di 300.57° , ricordandosi però della regola del segni, indicata d'altronde nella rispettiva figura a destra del titolo sulla scala.

La piccola scala 5.^a porta l'indicazione *l. sin.⁻²*, che significa *logaritmo del seno quadrato*: questa deve considerarsi come un tronco di scala, la quale, se esistesse intiera, sarebbe lunga il doppio di quanto lo è quella dei seni semplici, ma essa princi-

pia a sinistra a $60^{\text{gr.}}$ avanza fino a $100^{\text{gr.}}$ all'estremo a destra, e volge colla numerazione inferiore a ritroso fino a $140^{\text{gr.}}$: questo basta a tutti i casi della celerimensura nei quali s'impiega il seno quadrato.

Havvi per questa scala la caratteristica **9** che è 11 per sola memoria, ma si deve col compasso partire sempre dalla caratteristica **0** prendendo all' *indietro* ossia per complemento.

La sesta scala non è d'uso in celerimensura, diremo dunque solo per definirla che vi sono espressi in parti del raggio = 1000, mediante due contrapposte scale, di cui una di parti uguali, i seni versi degli angoli da $0^{\text{gr.}}$ a $12^{\text{gr.}}$.

Le scale trigonometriche si adoprano esattamente come la scala seconda colla quale si combinano, e colle stesse precauzioni e regole. Quando per esempio si ha da moltiplicare un numero di metri per un seno si prende col compasso sulla scala dei seni, l'intervallo compreso fra la caratteristica la più vicina ed il punto della scala corrispondente al N.° dato di gradi e lo si porta nel medesimo senso sulla scala 2.^a dal punto corrispondente alla data quantità di metri.

Se invece si deve dividere per un seno, si prende il rispettivo intervallo sulla scala dei seni, e si porta in senso contrario su quella dei numeri.

Questa spiegazione è comune a tutte le scale eccetto la 1.^a e 6.^a che non sono logaritmiche.

Es. Sia ora il caso generale di celerimensura, in cui la quantità lineare, data dalla mira ed indicata per S, sia stata per es. 150 e si sia letto l'apozenit per $80^{\text{gr.}}$ e l'azimut per $60^{\text{gr.}}$, e si cerchi K; x; y; H.

Si prenda col compasso sulla scala 5.^a l'intervallo compreso dalla caratteristica **0** al grado 80 della scala, e si porti nello stesso senso sulla scala seconda dal 150; si troverà per distanza orizzontale $K = 135,7$.

Si prenda ora sulla scala 3.^a dei seni ossia nella scala delle X dalla caratteristica **D** al grado 60 e si porti nello stesso senso sulla scala 2.^a da 135,7, e si troverà $x = + 109,8$.

Si prenda quindi sulla scala delle Y, che è la stessa scala terza, ma colla numerazione inferiore, il 60^{gr.} e si porti sulla 2.^a dal 135,7 e si otterrà $y = + 79,7$ finalmente per avere H si prenda allo stesso modo ancora sulla scala 4.^a nelle cotangenti il grado 80, e combinandolo come sopra con 135,7 si otterrà $H = 44,1$.

Altro es. — In un triangolo rettilineo sia da trovarsi la lunghezza di un lato adiacente alla base nel caso in cui essendo questa di 350 metri e l'angolo al vertice siasi trovato di 52^{gr.} essendo l'angolo adiacente alla base, ed opposto al lato cercato sia stato misurato di gradi 80.

La soluzione consiste nel moltiplicare i 350 metri per il seno dell'angolo adiacente alla base e dividere per il seno dell'angolo al vertice.

Si prenda dunque sulla scala dei seni dal 52^{gr.} al 80^{gr.} e si porti nel medesimo senso dal 350 metri e si otterrà pel lato cercato 457 metri.

Gli esempi fin qui dati devono bastare per chiarire l'uso delle scale logarithmiche anche per tutti gli altri problemi di ceterimensura, d'altronde spiegati ne' trattati speciali.

Le scale logarithmiche essendo formate con divisioni assai rapidamente decrescenti, non si è potuto mantenere dal principio al fine la stessa suddivisione, così è che nei seni la scala è divisa di centesimo in centesimo di grado, dal grado 1 al grado 2; mentre non si hanno più che i gradi intieri uno ad uno fra 60^{gr.} e 90^{gr.} e non v'è fra 90^{gr.} e 100^{gr.} che il solo 95^{gr.}.

Nella scala 2.^a poi ben si vede che da 10 a 20 si hanno uno ad uno i decimi di unità, poi fino a 40 non si hanno più che di due in due, e di 5 in 5 solamente da 40 a 100.

Convieni pertanto bene impraticchirsi e formarsi l'occhio a queste differenze di valore delle divisioni espresso colla solita variazione nella lunghezza dei tratti.

Questa progressiva soppressione delle minori subdivisioni però in nulla nuoce al grado di esattezza dei risultati, quando si sappia prudentemente, e coi necessari riguardi usare di questo potentissimo e comodissimo mezzo acceleratore.

Per moltissimi casi di servizi pubblici e privati queste scale sono sufficienti, ma per i casi che esigono maggior esattezza si deve dare la preferenza ai cerchi logaritmici, i quali procurano inoltre ancor maggiore speditezza nelle operazioni.

La scala N.º 2 è eminentemente propria alla conversione dal vecchio al nuovo sistema di tutte le quantità in moneta, peso, o misura date in unità del vecchio sistema, sempre quando si conoscano i rapporti esistenti fra le vecchie e le nuove rispettive unità, rapporti che potrebbero accennarsi con punti in rosso sulle scale medesime per comodo di chi volesse in tal modo valersene.

Il modo di operare è lo stesso che quello impiegato per far la regola del tre, di cui si è dato un esempio.

Combinando la scala prima colle altre si può avere a tre cifre, oltre la caratteristica, numericamente i logaritmi de' numeri o quelli delle funzioni circolari; non si ha perciò che a prendere col compasso il desiderato logaritmo sulla rispettiva scala e portarlo sulla scala prima, che è di parti eguali.

Se quindi si volesse elevare un dato numero od anche una data funzione circolare ad una potenza qualunque intera o frazionaria si opererebbe nel modo che s'indica coll'esempio seguente:

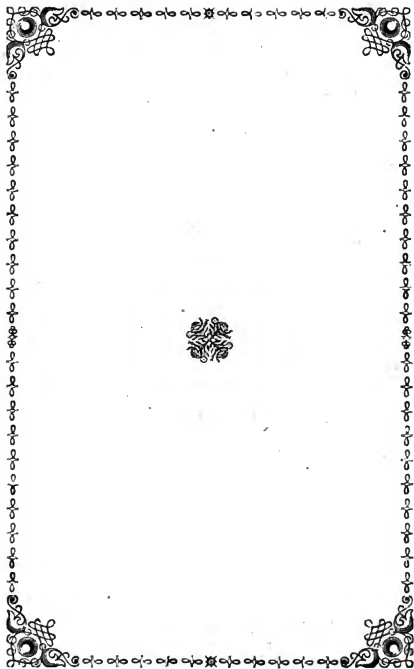
Sia da trovarsi la radice quadrata di $3 = 3^{0,5}$. Si prenda sulla scala de' numeri il log. di 3 nel compasso, si troverà portandolo sulla scala 1.^a che vale 0,477. Si moltiplichi sulla scala dei numeri colla solita regola il 0,477 per 0,5 e si otterrà 0,238 : — si

prenda 0,238 sulla scala prima, e si porti sulla seconda, e si troverà 1,73. che è la radice cercata.

La scala del seno verso è utile in ottica per trovare la grossezza delle lenti, non che in molti casi delle arti meccaniche e dell'architettura le due scale contrapposte che compongono la scala 6.^a permettono di leggervi direttamente per esempio che il seno verso di $10^{\text{gr.}}$ è 12,36 millesime parti del raggio, ossia 0,01236 per il raggio = 1.

Se in un caso dato fosse per esempio $10^{\text{gr.}}$ l'ampiezza in gradi di una lente piano-convessa da costruirsi, e fosse il suo raggio di curvatura per esempio di 254 millimetri, si troverebbe moltiplicando 0,01236 per 254. che la spessorezza del cristallo in cui lavorarla dovrebbe essere almeno millimetri 3,1.





129

